I. 直線 $l: 4x-y-1=0$ と2点 $\mathrm{A}(7,10)$ と $\mathrm{B}(9,1)$ が座標平面上にある。

(i) 直線 l に関して点Aと対称な点Cの座標は $\left(-\boxed{(1)}, \boxed{(2)\,(3)}\right)$ である。

(ii) $\triangle\mathrm{ABC}$ の外心の座標は $\left(\dfrac{\boxed{(4)}}{\boxed{(5)}}, \boxed{(6)}\right)$ である。

(iii) 直線 l に関して点Bと対称な点をDとする。直線 l 上に点Pをとるとき，$\triangle\mathrm{PAC}=\triangle\mathrm{PBD}$ が成り立つ点Pの座標は，$\left(\dfrac{\boxed{(7)}}{\boxed{(8)}}, \dfrac{\boxed{(9)\,(10)}}{\boxed{(11)}}\right)$ または $\left(-\boxed{(12)}, -\boxed{(13)}\right)$ である。前者の座標を持つ点を P_1, 後者の座標を持つ点を P_2 とすると，$\triangle\mathrm{P}_1\mathrm{AC}=\dfrac{\boxed{(14)\,(15)}}{\boxed{(16)}}$, $\triangle\mathrm{P}_2\mathrm{AC}=\boxed{(17)\,(18)}$ である。

II. 空間のベクトル $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ に対し，空間のベクトル $<\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}>$ を

$$<\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}> = (\vec{a} \cdot \vec{b})\,\vec{c}$$

で定める。

(i) $\vec{p} = (1, 2, 3)$, $\vec{q} = (2, 3, 1)$, $\vec{r} = (3, 1, 2)$ のとき，

$$<\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}> = \left(\boxed{(19)\ \vdots\ (20)}, \boxed{(21)\ \vdots\ (22)}, \boxed{(23)\ \vdots\ (24)} \right)$$

である。

(ii) ベクトルの列 $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \cdots, \vec{a}_n, \cdots$ を，条件

$$\vec{a}_1 = (1, 2, \sqrt{3}), \quad \vec{a}_{n+1} = <\vec{a}_n, \vec{a}_n, \vec{a}_n> \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

で定める。そして，数列 $\{x_n\}$ を

$$x_n = \log_2 |\vec{a}_n| \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

と定めるとき，$\{x_n\}$ の一般項を求めなさい。(答えのみを解答用紙Bの解答欄の所定の枠内に記入しなさい。)

以下，相異なる4点O, A, B, Cは同じ平面上にないとし，$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$ とする。

(iii) $<\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}> \cdot <\vec{b}, \vec{c}, \vec{a}> = 0$ が成立するための必要十分条件を，$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ と漢字とかなのみを用いて，あいまいさのない表現で答えなさい。(答えのみを解答用紙Bの解答欄の所定の枠内に記入しなさい。)

(iv) $<\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}> + <\vec{b}, \vec{c}, \vec{a}> + <\vec{c}, \vec{a}, \vec{b}> = \vec{0}$ が成立するための必要十分条件を，$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ と漢字とかなのみを用いて，あいまいさのない表現で答えなさい。(答えのみを解答用紙Bの解答欄の所定の枠内に記入しなさい。)

III. a, b, c を $a \leqq c$ を満たす自然数とし，x の3次関数 $f(x)$ を

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$$

と定める。

(i) 方程式 $f(x) = 0$ は必ず実数解 $x = \boxed{(25)}$ を持つが，この方程式がそれ以外に実数解を持たず，かつ，$f(x)$ が極値を持つための必要十分条件は，

$$\boxed{(26)}\, ac < b^2 < \boxed{(27)}\, ac \qquad \cdots ①$$

である。

(ii) ①を満たす最小の b は，$b = \boxed{(28)}$ であり，このとき，$a = \boxed{(29)}$，$c = \boxed{(30)}$ である。a, b, c がこの値のときの $f(x)$ を $\hat{f}(x)$ と表すと，$\hat{f}(x)$ は $x = -\boxed{(31)}$ のときに極小値 $-\boxed{(32)}$ をとり，$x = -\dfrac{\boxed{(33)}}{\boxed{(34)}}$ のときに極大値 $-\dfrac{\boxed{(35)\ (36)}}{\boxed{(37)\ (38)}}$ をとる。

(iii) ①を満たす b がちょうど2つ存在するような a と c の組の中で，積 ac が最小になるものを考える。このとき $ac = \boxed{(39)\ (40)}$ で，①を満たす b は $\boxed{(41)}$ と $\boxed{(42)}$ である。

(iv) x の2次関数 $g(x)$ がすべての自然数 n に対して

$$g(n) = \sum_{k=1}^{n} (pk + q)$$

を満たすとする。ただし，p，q は自然数とする。曲線 $y = g(x)$ と曲線 $y = \hat{f}(x)$ が第3象限 ($x < 0$ かつ $y < 0$ を満たす領域) 内で共有点を1つだけ持ち，その点における両者の接線が一致するのは，$p = \boxed{(43)}$，$q = \boxed{(44)}$ のときである。このとき，曲線 $y = g(x)$ と曲線 $y = \hat{f}(x)$ で囲まれる部分の面積は $\dfrac{\boxed{(45)}}{\boxed{(46)\ (47)}}$ である。

IV. ある機械のボタンを押すと，画面に確率$\dfrac{1}{3}$で1と表示され，確率$\dfrac{2}{3}$で-1と表示される。この機械のボタンを4回押したとき，i回目に出た数をd_iとする。このとき，座標平面上の点$(2+d_1,\ 2+d_2)$をAとし，点$(-2-d_3,\ -2-d_4)$をBとする。また，座標平面の原点をOとする。

(i) $\mathrm{OA} \leqq \sqrt{10}$ となる確率は $\dfrac{\boxed{(48)}}{\boxed{(49)}}$ であり，$\mathrm{OA} \leqq \sqrt{10}$ かつ $\mathrm{OB} \leqq \sqrt{10}$ となる確率は $\dfrac{\boxed{(50)}\boxed{(51)}}{\boxed{(52)}\boxed{(53)}}$ である。

(ii) 点$\mathrm{C}(-1, 0)$に対し，$\mathrm{AC} \leqq 3$ となる確率は $\dfrac{\boxed{(54)}}{\boxed{(55)}}$ であり，$\mathrm{AC} \leqq 3$ かつ $\mathrm{BC} \leqq 3$ となる確率は $\dfrac{\boxed{(56)}\boxed{(57)}}{\boxed{(58)}\boxed{(59)}}$ である。

(iii) $\mathrm{AB} \leqq 2\sqrt{5}$ となる確率は $\dfrac{\boxed{(60)}\boxed{(61)}}{\boxed{(62)}\boxed{(63)}}$ である。

(iv) $\triangle\mathrm{OAC} + \triangle\mathrm{OBC}$ の期待値は $\dfrac{\boxed{(64)}}{\boxed{(65)}}$ である。

(v) 点$\mathrm{D}\left(\dfrac{3}{2}, \dfrac{5}{2}\right)$に対し，$\triangle\mathrm{OBD}$ の期待値は $\dfrac{\boxed{(66)}\boxed{(67)}}{\boxed{(68)}\boxed{(69)}}$ である。